

2.2.21 Dělení zlomků

Předpoklady: 020220

Př. 1: Vypočti.

a) $\frac{3}{5} + \frac{7}{10}$

b) $\frac{12}{7} \cdot \frac{14}{15}$

c) $\frac{7}{12} - \frac{4}{15}$

d) $7 \cdot \frac{5}{21} \cdot \frac{9}{10}$

a) $\frac{3}{5} + \frac{7}{10} = \frac{6}{10} + \frac{7}{10} = \frac{13}{10} = 1\frac{3}{10}$

b) $\frac{12}{7} \cdot \frac{14}{15} = \frac{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 7}{7 \cdot 3 \cdot 5} = \frac{8}{5} = 1\frac{3}{5}$

c) $\frac{7}{12} - \frac{4}{15} = \frac{35}{60} - \frac{16}{60} = \frac{19}{60}$

d) $7 \cdot \frac{5}{21} \cdot \frac{9}{10} = \frac{7 \cdot 5 \cdot 3 \cdot 3}{3 \cdot 7 \cdot 5 \cdot 2} = \frac{3}{2} = 1\frac{1}{2}$

Př. 2: Zapiš pomocí operací se zlomky a vypočti.

a) Mám tři hromádky, na každé sedm devitinových kousků. Kolik mám celkem?

$3 \cdot \frac{7}{9} = \frac{7}{3}$

Celkem mám $\frac{7}{3}$ celku.

b) Utratil pětinu ze dvou třetin celkové částky. Kolik z původní částky utratil?

$\frac{1}{5} \cdot \frac{2}{3} = \frac{2}{15}$

Utratil jsem $\frac{2}{15}$ celkové částky.

c) V jedné nádobě zůstalo dvě třetiny litru a v druhé půl litru benzínu. Kolik benzínu zbylo?

$\frac{2}{3} + \frac{1}{2} = \frac{4}{6} + \frac{3}{6} = \frac{7}{6} = 1\frac{1}{6}$

Celkem zbylo $1\frac{1}{6}$ litru benzínu.

d) Na tábor koupili k svačině čtyři koláče, které rozdělili všem účastníkům tak, že každý dostal jednu osminu. Kolik lidí se účastnilo tábora?

Pokud každý dostal jednu osminu, z jednoho koláče máme podíl pro osm účastníků $\Rightarrow$ ze čtyř koláčů $8 \cdot 4 = 32$ účastníků.

Zadání připomíná příklady na dělení (koupili 60 koláčků, každý dostal 4. Kolik je účastníků?

$60 : 4 = 15$) $\Rightarrow$ zkusíme zapsat i naše zadání pomocí dělení: $4 : \frac{1}{8} =$.

Výsledek nemůže záležet na postupu: $4 : \frac{1}{8} = 4 \cdot 8 = 32$.

Tábor měl 32 účastníků.

Navíc jsme zjistili, že dělit osminou je stejné jako násobit osmi (protože z osmi osmin sestavíme jednotku).

Pedagogická poznámka: Bod d) téměř všichni žáci řeší násobením $4 \cdot 8 = 32$. Potom se zeptám, jak by řešili příklad, ve kterém by se rozdělovalo třeba 70 koláčků po dvou na jednoho účastníka. Pak už většina dokáže napsat výraz i pomocí dělení zlomkem.

Pedagogická poznámka: Řešení následujícího příkladu je třeba přerušit minimálně 20 minut před koncem, kvůli práci na zbytku hodiny.

Př. 3: Napiš slovní úlohy, které vedou na následující operace se zlomky. Úlohy vyřeš.

a) $\frac{2}{3} \cdot \frac{4}{5}$

b) $\frac{4}{5} + \frac{2}{3}$

c) $2 : \frac{2}{3}$

d) $2 - \frac{2}{3}$

Až budeš mít všechny úlohy připravené, zadej jednu náhodně vybranou sousedovi k vyřešení.

a) $\frac{2}{3} \cdot \frac{4}{5}$

Petr dostal dvě třetiny z celkové částky, z těchto peněz ihned čtyři pětiny utratil. Jakou část celkové částky ihned utratil?

$$\frac{2}{3} \cdot \frac{4}{5} = \frac{8}{15}$$

Petr ihned utratil $\frac{8}{15}$ celkové částky.

b) $\frac{4}{5} + \frac{2}{3}$

Na prvním úkolu jsem pracoval čtyři pětiny hodiny, na druhém dvě třetiny hodiny. Kolik hodin jsem strávil prací nad oběma úkoly?

$$\frac{4}{5} + \frac{2}{3} = \frac{12}{15} + \frac{10}{15} = \frac{22}{15} = 1 \frac{7}{15}$$

Nad oběma úkoly jsem strávil $1 \frac{7}{15}$ hodiny.

c) $2 : \frac{2}{3}$

Z každé odpracované hodiny využije pracovník na skutečnou práci jen dvě třetiny času. Kolik hodin musí pracovník strávit v práci, aby odpracoval na užitečné práci dvě hodiny čistého času?

Můžeme převést z hodin na minuty: $120 : 40 = 3 \Rightarrow$ pracovník musí pracovat 3 hodiny.

Jinak: Pokud pracovník využije jen dvě třetiny času, musí být v práci 1,5 hodiny, aby odpracoval práci na jednu hodinu (třetina z 1, je 0,5). Na odpracování 2 hodin potřebuje:

$$2 \cdot \frac{3}{2} = 3 \text{ hodiny.}$$

Vrátíme se k výpočtu pomocí dělení (a zlomků): $2 : \frac{2}{3} =$

$$\text{Výsledek nezáleží na postupu: } 2 : \frac{2}{3} = 2 \cdot \frac{3}{2} = 3$$

Pracovník musí v práci strávit 3 hodiny čistého času.

d) $2 - \frac{1}{3}$

Děti dostaly dvě čokolády. Ihned snědli třetinu čokolády. Kolik čokolády jim ještě zbývá?

$$2 - \frac{1}{3} = \frac{6}{3} - \frac{1}{3} = \frac{5}{3} = 1\frac{2}{3}$$

Ještě jim zbývá $1\frac{1}{3}$ čokolády.

Dělení libovolným nenulovým číslem můžeme převést na násobení jeho převráceným číslem.

Př. 4: Vypočti. Využij závěr minulé hodiny.

a) $\frac{2}{3} : \frac{3}{4}$ b) $\frac{3}{5} : \frac{7}{15}$ c) $\frac{15}{9} : \frac{10}{27}$ d) $\frac{16}{24} : \frac{2}{3}$ e) $6 \cdot \frac{2}{3} : \frac{4}{9}$ f) $1 : \frac{6}{7}$

Dělení můžeme převést na násobení převráceným číslem.

a) $\frac{2}{3} : \frac{3}{4} = \frac{2}{3} \cdot \frac{4}{3} = \frac{8}{9}$ b) $\frac{3}{5} : \frac{7}{15} = \frac{3}{5} \cdot \frac{15}{7} = \frac{3 \cdot 3 \cdot 5}{5 \cdot 7} = \frac{9}{7} = 1\frac{2}{7}$

c) $\frac{15}{9} : \frac{10}{27} = \frac{15}{9} \cdot \frac{27}{10} = \frac{3 \cdot 5 \cdot 9 \cdot 3}{9 \cdot 2 \cdot 5} = \frac{9}{2}$ d) $\frac{16}{24} : \frac{2}{3} = \frac{16}{24} \cdot \frac{3}{2} = \frac{2 \cdot 8 \cdot 3}{3 \cdot 8 \cdot 2} = \frac{1}{1} = 1$

e) $6 \cdot \frac{2}{3} : \frac{4}{9} = 6 \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{9}{4} = \frac{3 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3}{3 \cdot 4} = 9$ f) $1 : \frac{6}{7} = 1 \cdot \frac{7}{6} = \frac{7}{6}$

Př. 5: Ve primě a sekundě se vybírají peníze na divadelní představení. Kluci tvoří tři sedminy žáků. Včas nezaplatila třetina kluků a čtvrtina dívek. Dívek, které zaplatily včas, bylo 27. Kolik kluků zaplatilo včas? Kolik žáků chodí do obou tříd? Jaká část z nich zaplatila včas, jaká část včas nezaplatila?

Dívky, které zaplatily včas: 27 ... $\frac{3}{4}$ dívek.

$\frac{1}{4}$ dívek ... $27 : 3 = 9$ dívek (počet dívek, které nezaplatily včas).

Všechny dívky: $4 \cdot 9 = 36$ žáků.

Dívky celkem $\frac{4}{7}$... 36 žáků.

$\frac{1}{7}$... $36 : 4 = 9$ žáků.

Žáci celkem: $7 \cdot 9 = 63$ žáků.

Kluci celkem: $3 \cdot 9 = 27$ žáků.

Kluci, kteří zaplatili včas: $\frac{2}{3} \cdot 27 = \frac{2 \cdot 3 \cdot 9}{3} = 18$.

Nezaplatili včas kluci: třetina ze tří sedmin: $\frac{1}{3} \cdot \frac{3}{7} = \frac{1}{7}$.

Nezaplatily včas holky: čtvrtina ze čtyř sedmin: $\frac{1}{4} \cdot \frac{4}{7} = \frac{1}{7}$.

Celkem nezaplatilo včas: $\frac{1}{7} + \frac{1}{7} = \frac{2}{7} \Rightarrow$ včas zaplatilo $\frac{5}{7}$.

Včas zaplatilo 18 kluků. Do obou tříd chodí 63 žáků. Včas zaplatilo $\frac{5}{7}$, pozdě zaplatily $\frac{2}{7}$ žáků.

Shrnutí: Dělení libovolným nenulovým číslem můžeme převést na násobení jeho převráceným číslem.